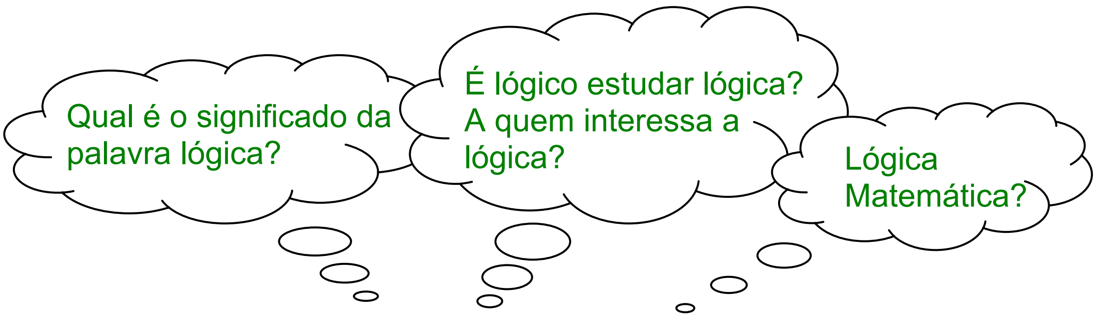
Raciocínio Lógico Matemático

Noções de Lógica

Capítulo 1

Noções de Lógica

1. Lógica? É lógico!



Caro aluno,

Quando falamos sobre lógica, muitas vezes associamos à Matemática e aos seus diversos raciocínios lógicos. Entretanto, as noções de lógica não estão inseridas apenas nos contextos matemáticos. Há uma vasta aplicação destas noções nas diversas áreas do conhecimento. Há profissionais que as utilizam frequentemente, tais como: advogados, policiais, médicos, mecânicos, publicitários, executivos em geral, e etc. Você já pensou nisto?

Mas afinal, o que é a lógica?

Temos diversos significados para a palavra Lógica, dentre eles destacamos os seguintes, retirados do Dicionário Aurélio:

1. Conjunto de regras e princípios que orientam, implícita ou explicitamente, o desenvolvimento de uma argumentação ou de um raciocínio, a resolução de um problema, etc.

2. Lógica formal. Filos. 1. Na tradição clássica, o estudo das formas (conceitos, juízos e raciocínios) e leis do pensamento. 2. Na tradição empirista e positivista, o estudo da estrutura das proposições e das operações pelas quais, com base nessa estrutura, se deduzem conclusões válidas. [Distinguem-se a *lógica das proposições* e a *lógica das relações*.]

3. Lógica material. 1. Filos. Estudo da relação entre as formas e leis do pensamento e a verdade, *i. e.,* estudo das operações do pensamento que conduzem a conhecimentos verdadeiros. [Cf. *lógica transcendental*.]

É fato que as palavras **"lógica"** e **"lógico"** fazem parte do nosso vocabulário; isto é , estamos familiarizados com elas. Quando nos referimos a um tipo de procedimento lógico em oposição a um "ilógico", ou damos uma explicação lógica ao invés de "ilógica", estamos utilizando estas palavras com o mesmo significado de "**faz sentido**". Vamos fazer as conexões devidas com os argumentos na medida em que ampliamos nossos conhecimentos sobre o assunto. Deste modo, pensamos que para a devida compreensão do significado da palavra "lógica", faz-se, obviamente, necessário estudá-la.

Partindo do princípio de que a Lógica trata de formas de argumentação, das maneiras de encadear nosso raciocínio para justificar nossas conclusões, o leque de aplicações das noções de lógica é extremamente grande.

No capítulo 8, "Modos de Argumentar e Persuadir", do módulo de Comunicação e Expressão, do professor Edson Facco, foi feita uma síntese sobre a ação de argumentar:

Argumentar é, em última análise, convencer ou tentar convencer mediante a apresentação de razões em face da evidência das provas e à luz de um raciocínio lógico e consistente. (FACCO,2010,p.02)

Desta forma, iniciamos este capítulo, tentando “persuadi-lo” a aceitar que as aplicações das noções de lógica são inúmeras e assim, vamos no decorrer deste estudo mostrar-lhe diversos argumentos consistentes que sustentam este discurso.

O raciocínio lógico está presente em inúmeras situações do nosso cotidiano. Quer ver alguns exemplos?

1. “**Se** ele não tivesse bebido tanto, não teria caído”.
2. “**Se** chover, não precisaremos regar as plantas”.
3. “**Se** todos tivessem lido o texto, teria sido mais fácil acompanhar as discussões”.
4. “**Se** cada um tivesse feito a sua parte, o resultado teria sido outro”.

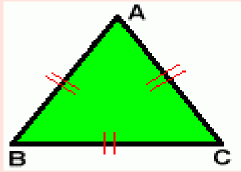
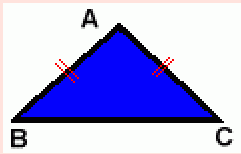
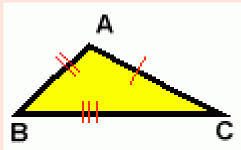
Na Matemática é muito comum apresentar conclusões como conseqüência lógica de determinadas condições ou fatos admitidos inicialmente. Para ficar mais clara esta forma de apresentação, vamos ver alguns exemplos:

1. **Se** X + 8 = 10, **então** X = 2.
2. **Se** um triângulo é isósceles, **então** os ângulos da base são congruentes.
3. **Se** um número termina em 0 ou 5, **então** esse número é divisível por 5.

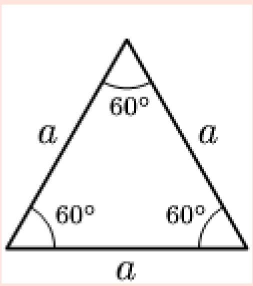
Congruentes: iguais , na mesma unidade.
Divisível: que pode ser dividido.

RELEMBRANDO

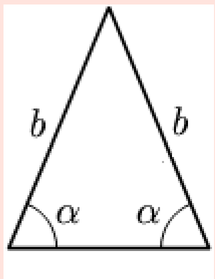
Classificação dos triângulos quanto à medida de seus lados

Triângulo Equilátero	Os três lados têm comprimentos iguais.	
Triângulo Isósceles	Dois de seus lados têm o mesmo comprimento.	
Triângulo Escaleno	Todos os três lados têm comprimentos diferentes.	

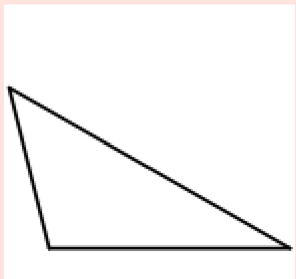
RELEMBRANDO



Equilátero



Isósceles



Escaleno

Observe que no:

1. **triângulo eqüilátero**, os ângulos internos têm medidas iguais à 60º
2. **triângulo isósceles**, os ângulos da base representados pela letra grega α são congruentes; isto é, têm medidas iguais
3. **triângulo escaleno**, os ângulos internos têm medidas desiguais

A construção de sentenças matemáticas deste tipo, segue, geralmente, a seguinte estrutura:

> **"Se---, então ____________________".**

Se observarmos como utilizamos a lógica nos estudos que fazemos nas diversas frentes (partes) da Matemática, certamente teremos um ganho na forma de raciocinar, pois haverá uma preocupação maior com as justificativas daquilo que afirmamos e a busca de argumentos convincentes e contundentes, só nos fará crescer, pois haverá uma melhoria em todo o processo.

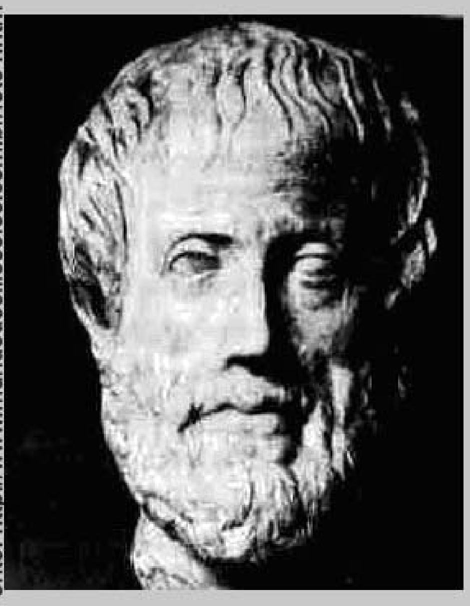
Os argumentos que nos referimos, dizem respeito àqueles com base no raciocínio lógico matemático já apresentados, também, no capítulo 8 do módulo de "Comunicação e Expressão", e que será discutido por meio de inúmeros exemplos neste módulo.

2. A lógica de Aristóteles (breve resgate histórico)

Pensar logicamente é algo que está presente em nosso cotidiano e esta forma de pensamento teve sua origem na Grécia Antiga.

O filósofo grego Aristóteles (384-322 a.C.) é considerado o pai da lógica. Logo, se faz necessário fazer uma abordagem, mesmo que breve, da filosofia aristotélica no que se refere à lógica.

Na filosofia de Aristóteles, um dos caminhos para a verdade é a linguagem, desde que obedeçam as leis da lógica.



Fonte: http://www.mundodosfilosofos.com.br/foto4.htm

Aristóteles pode ser considerado o primeiro a se preocupar com o estabelecimento das regras para argumentação. A lógica aristotélica preocupa-se em explicar como o raciocínio humano é formulado. O ponto básico desta teoria clássica consiste em dizer que é possível chegar a certas conclusões partindo de determinadas noções preliminares sobre um determinado assunto. Um exemplo bastante divulgado que expressa esta dedução na lógica aristotélica é o seguinte:

"Todos os homens são mortais.
Sócrates é homem.
Logo, Sócrates é mortal".

A lógica aristotélica baseia-se no pressuposto de que a razão humana é capaz de **deduzir** conclusões a partir de afirmações ou negações anteriores. Se as premissas forem verdadeiras, as conclusões também serão.

Para garantir que as afirmações (sentenças) não tenham mais de um sentido se faz necessário, segundo Aristóteles, que elas sejam enunciadas na forma categórica, no sentido de "incondicionais".

Vamos diferenciar as **proposições categóricas** apresentadas por Aristóteles, por meio de exemplos, e que são aplicáveis, inclusive, atualmente. São elas:

Proposições Categóricas	**Situação I**
Afirmação Universal	Todos os alunos sentem dificuldades em estudar a disciplina Raciocínio Lógico Matemático
Negação Universal	Nenhum aluno sente dificuldade em estudar a disciplina Raciocínio Lógico Matemático
Afirmação Particular	Alguns alunos sentem dificuldades em estudar a disciplina Raciocínio Lógico Matemático.

	ou Existem alunos que sentem dificuldades em estudar a disciplina Raciocínio Lógico Matemático.
Negação Particular	Alguns alunos não sentem dificuldades em estudar a disciplina Raciocínio Lógico Matemático. **ou** Existem alunos que não sentem dificuldades em estudar a disciplina Raciocínio Lógico Matemático.

Proposições Categóricas	**Situação II**
Afirmação Universal	Todas as pessoas valorizam o ensino à distância.
Negação Universal	Nenhuma pessoa valoriza o ensino à distância.
Afirmação Particular	Algumas pessoas valorizam o ensino à distância. **ou** Existem pessoas que valorizam o ensino à distância.
Negação Particular	Algumas pessoas não valorizam o ensino à distância. **ou** Existem pessoas que não valorizam o ensino à distância.

Proposições Categóricas	**Situação III**
Afirmação Universal	Todos os jogadores de futebol ganham muito dinheiro.
Negação Universal	Nenhum jogador de futebol ganha muito dinheiro.
Afirmação Particular	Alguns jogadores de futebol ganham muito dinheiro. **ou** Existem jogadores de futebol que ganham muito dinheiro.
Negação Particular	Alguns jogadores de futebol não ganham muito dinheiro.

	ou Existem jogadores de futebol que não ganham muito dinheiro.

Proposições Categóricas	**Situação IV**
Afirmação Universal	Todos os políticos são mentirosos.
Negação Universal	Nenhum político é mentiroso.
Afirmação Particular	Alguns políticos são mentirosos. **ou** Existem políticos que são mentirosos.
Negação Particular	Alguns políticos não são mentirosos. **ou** Existem políticos que não são mentirosos.

A importância de fazer um estudo destas quatro formas típicas de proposições categóricas (Afirmação Universal, Negação Universal, Afirmação Particular e Negação Particular), tradicionalmente, consiste no fato de que todos os argumentos dedutivos eram suscetíveis de análise em função destas formas e em torno delas construiu-se uma considerável soma de teorias. Já havia uma preocupação com o estabelecimento de regras para a argumentação e, portanto com a sistematização das regras lógicas.

Mas afinal de contas, qual a finalidade da sistematização de regras lógicas?

A sistematização de regras lógicas, por filósofos e matemáticos, tem como objetivo organizar, a partir delas, as leis gerais do pensamento humano. Desta forma, contribui para a existência de um raciocínio correto, buscando fazer as generalizações com base em fatos conhecidos e chegar às conclusões de forma mais segura. Sendo assim, o estudo dos argumentos é de fundamental importância para o estudo da lógica.

Vamos agora, fazer um breve estudo dos argumentos, diferenciando os dedutivos dos indutivos, aqueles que são considerados válidos e os que não são, e alguns tipos particulares de argumentos.

3. Argumentos

Nos **argumentos** é importante que observemos as suas estruturas e validades. E, nas **conclusões**, verificar quais são conseqüências lógicas das proposições.

Segundo Othon M. Garcia (1978, p.307), "ainda que cometamos um número infinito de erros, só há, na verdade, do ponto de vista lógico, duas maneiras de errar: raciocinando *mal* com dados *corretos* ou raciocinando *bem* com dados *falsos.* (Haverá certamente uma terceira maneira de errar: raciocinando *mal* com dados *falsos*). O erro pode, portanto, resultar de um vício de *forma* – raciocinar *mal* com dados *corretos* – ou de *matéria* – raciocinar bem com dados *falsos*."

O **raciocínio** é algo ordenado, coerente e lógico, podendo ser dedutivo ou indutivo. Portanto, a **indução** e a **dedução** são formas de raciocínio ou de argumentação. O objetivo é partir daquilo que conhecemos para chegar àquilo que ignoramos; isto é, tirar de duas ou mais proposições (premissas) outra proposição que decorre logicamente das anteriores.

Vamos a seguir mostrar a diferença básica entre os argumentos: dedutivo e indutivo.

a) Argumento dedutivo e indutivo:

- **Argumento dedutivo:**

O argumento dedutivo parte, em geral, de uma verdade universal e chega a uma verdade menos universal ou singular.

> *Um raciocínio dedutivo é válido quando suas premissas, se verdadeiras, fornecem provas convincentes para sua conclusão, isto é, quando as premissas e a conclusão estão de tal modo relacionados que é absolutamente impossível as premissas serem verdadeiras se a conclusão tampouco for verdadeira (COPI, 1978, p.35).*

Veja o exemplo a seguir que constitui um argumento dedutivo:

I)

Premissa : "Frutas são saudáveis."
Premissa : " Melancia é fruta."
Conclusão :"Melancia é saudável".

ATENÇÃO!!!

Observe no exemplo dado, neste tipo de argumento, que a conclusão decorre das premissas. As frutas são saudáveis e a melancia é fruta, logo ela é saudável.

Veja outros exemplos:

II)

Premissa: **"**C= D"
Premissa: **"**D= E"
Conclusão: **"**C= E"

III)

Premissa: **"**Fazer um esporte é saudável".
Premissa: **"**Natação é um esporte".
Conclusão: **"**Natação é saudável".

IV)

Premissa: 4 = 2 + 2

Premissa:	2 + 2 = 2 x 2
Conclusão	4 = 2 x 2

- **Argumento Indutivo:**

A conclusão deste argumento não decorre necessariamente das premissas. Em geral partem de enunciados singulares para enunciados universais.

> *Os argumentos indutivos, ao contrário do que sucede com os dedutivos, levam a conclusões cujo conteúdo excede os das premissas. E esse traço característico da indução que torna os argumentos indispensáveis para a fundamentação de uma significativa porção dos nossos conhecimentos. (SALMON, 1969, p. 76)*

Premissa : "É comum, durante a chuva, ocorrer acidentes"
Premissa : "Choveu".
Conclusão: "Ocorreram acidentes."

Observe que neste caso, a verdade das premissas não basta para assegurar a verdade da conclusão, embora esta tenha uma certa plausibilidade.

ATENÇÃO!!!

A conclusão da indução tem a probabilidade de ser verdadeira. Neste argumento, partindo das premissas de que é comum, durante a chuva, ocorrer acidentes e de que choveu, não temos a garantia de que ocorreram acidentes. Há uma **probabilidade** de ocorrência.

Veja outro exemplo:

Premissa: "A pizza 1 daquela pizzaria estava salgada".
Premissa: "As pizzas 2, 3, 4, 5, também estavam salgadas".
Conclusão: "Todas as pizzas daquela pizzaria estavam salgadas".

Para você refletir (1)

Você identificaria o argumento dado abaixo como dedutivo ou indutivo? Tente justificar sua resposta!

No último senso eleitoral, o candidato "X" a presidente do Brasil foi o favorito com 56 % das intenções de votos. Logo, podemos inferir que este candidato venceria as eleições presidenciais. Seria, pela probabilidade, o vencedor.

b) Argumentos válidos e inválidos:

Os argumentos podem ser **válidos** ou **inválidos**.

Retomando o exemplo dado, anteriormente, na abordagem da filosofia aristotélica:

Todos os homens são mortais
Sócrates é homem
Logo, Sócrates é mortal.

Verificamos que neste argumento, as premissas ("Todos os homens são mortais" e "Sócrates é homem") são verdadeiras e a conclusão também. Logo o argumento é considerado **válido**.

Veja que no exemplo a seguir as premissas são falsas e a conclusão também. Este argumento é também considerado válido, pois tem a mesma forma ou estrutura do argumento anterior.

Todos os homens são analfabetos

Cecília Meireles é homem

Logo, Cecília Meireles é analfabeta.

Considere os dois argumentos seguintes, constituídos, respectivamente, pelos enunciados:

Primeiro:

Premissa : “Se eu ganhar sozinho na Mega Sena acumulada fico milionário.”

Premissa : "Ganhei sozinho na Mega Sena acumulada”.

Conclusão : "Logo, fiquei milionário”

Segundo:

Premissa : “Se eu ganhar sozinho na Mega Sena acumulada fico milionário.”

Premissa : "Não ganhei sozinho na Mega Sena acumulada”.

Conclusão :"Logo, não fiquei milionário”.

Para você refletir (2)

Releia os argumentos dados e responda à seguinte pergunta:

Estes dois argumentos são válidos? Procure justificar sua resposta.

ATENÇÃO!!!

Um argumento pode ser válido apesar de todas as suas premissas e a sua conclusão serem falsas. Portanto**, a validade de um argumento não depende de serem suas premissas e sua conclusão efetivamente verdadeiras.**

Veja o exemplo a seguir:

Aranha de Jardim (Lycosa sp.)

Premissa : "Todas as aranhas têm seis pernas".

Premissa : "Todos os seres de seis pernas têm asas"

Conclusão : "Portanto, todas as aranhas têm asas".

Perceba que neste caso temos um argumento válido, pois se suas premissas fossem verdadeiras, sua conclusão também teria que ser verdadeira.

ATENÇÃO!!!

Não devemos confundir **verdade** com **validade**. A verdade é uma propriedade das proposições (premissas e conclusões) que constituem o argumento, enquanto que a validade está relacionada ao argumento em si, ou seja, um argumento será válido ou inválido, as proposições serão verdadeiras ou falsas.

Em outras palavras, a verdade ou falsidade da sua conclusão não determinam a validade ou invalidade de um argumento. Há raciocínios perfeitamente válidos que têm conclusões falsas, como o exemplo da aranha.

Para que os argumentos sejam válidos, eles têm que atender aos seguintes princípios da lógica clássica:

- Princípio da identidade;
- Princípio da não contradição;
- Princípio do terceiro excluído.

Estes princípios serão estudados no próximo capítulo, dentro das noções básicas da lógica matemática.

Vamos estudar a seguir alguns tipos particulares de argumentos, denominados de Silogismos.

c) Silogismos:

Tipos de argumentos, com duas proposições iniciais (premissas) e uma conclusão. Temos que diferenciar os argumentos que são bem elaborados, daqueles que não são e que são chamados de **sofismas** ou **falácias** (raciocínios basicamente errados). A **falácia** é involuntária, enquanto o **sofisma** tem como meta induzir ao engano. Portanto, há **silogismos** que são válidos e aqueles que não são. Aristóteles deu uma atenção especial a este tipo de argumento, posteriormente o conjunto de seus registros sobre silogismos foi chamado de **Organon**, ou seja, instrumento para pensar corretamente.

Vamos exemplificar:

Premissa : "Todo A é B".
Premissa : "Todo B é C".
Conclusão : "Todo A é C".

Veja agora, este outro exemplo:

Premissa : "Todos os paulistas são brasileiros".
Premissa : "Alguns paulistas são alcoólatras".
Conclusão : "Nenhum brasileiro é alcoólatra".

Neste caso, temos um silogismo que viola a seguinte regra:

"De duas premissas afirmativas não se pode obter uma conclusão negativa".
Sendo assim, este silogismo é um sofisma.

Um argumento inválido (falácia), ou um argumento válido com premissas falsas, não deveria convencer as pessoas. No entanto, muitas pessoas são persuadidas por argumentos deste tipo. Isto ocorre com frequência em nosso cotidiano. Pense em argumentos deste tipo!

Curiosidade:

A partir das proposições categóricas apenas, é possível construir 256 tipos de silogismos. Você já imaginou? Entretanto, devemos ter cuidado para validar os argumentos, pois mais de 90% são falaciosos, segundo o autor Nilson José Machado. (2000).

A Lógica evoluiu muito desde Aristóteles, e obviamente não se restringe ao estudo dos silogismos. A lógica aristotélica tinha suas limitações, uma vez que não se tinha de forma fundamentada as regras do **raciocínio indutivo**.

REFLEXÕES:

Resposta Comentada (1)

Este é um bom exemplo de argumento indutivo, pois nas prévias eleitorais temos o percentual das intenções de votos. Podemos inferir, pela probabilidade, que este será o resultado das eleições; isto é, há uma grande probabilidade do candidato X vencer.

Resposta comentada (2)

O primeiro argumento é válido porque se as duas premissas forem verdadeiras a conclusão tem que, necessariamente, ser verdadeira.

O segundo argumento é inválido porque mesmo que as duas premissas sejam verdadeiras a conclusão pode ser falsa (na hipótese, por exemplo, de ganhar uma herança)