Equações Trigonométricas

Uma equação trigonométrica envolve como incógnitas arcos de circunferência e relacionados por meio de funções trigonométricas. Por exemplo:

$$2.\operatorname{sen} x = 1$$

$$1 + \operatorname{tg} 4x = 0$$

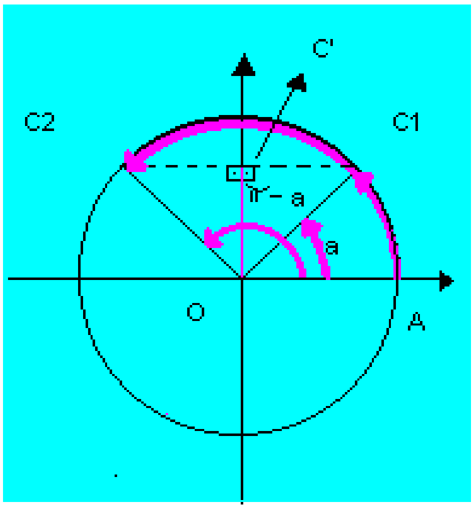
A maioria das equações trigonométricas reduzem-se a equações do tipo

- $\operatorname{sen} x = \operatorname{sen} y$
- $\cos x = \cos y$
- $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} y$

As equações acima são denominadas equações fundamentais, pois saber resolvê-las é importante para resolver qualquer outra equação fundamental.

Equação do Tipo $\operatorname{sen} x = \operatorname{sen} y$

Observando a figura abaixo vemos que se dois arcos têm o mesmo seno, então eles são côngruos ou suplementares.



Então

$$\boxed{\sin x = \sin y \Rightarrow \begin{cases} x = y + 2k\pi \\ x = \pi - y + 2k\pi \end{cases}}$$

Exemplo

Resolver a equação $\sin x = \sin \frac{\pi}{5}$

Temos

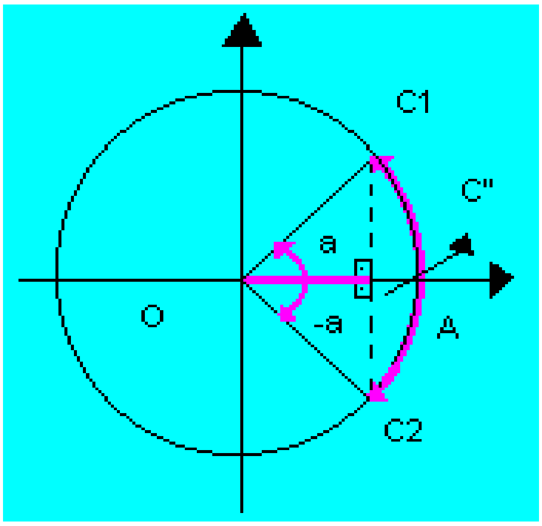
$$x = \frac{\pi}{5} + 2k\pi$$

Ou

$$x = \pi - \frac{\pi}{5} + 2k\pi = \frac{4\pi}{5} + 2k\pi$$

Equação do Tipo $\cos x = \cos y$

Observando a figura abaixo vemos que se dois arcos têm o mesmo cosseno, então eles são côngruos ou são opostos.



Então

$$\cos x = \cos y \Rightarrow \begin{cases} x = y + 2k\pi \\ x = -y + 2k\pi \end{cases}$$

Exemplo

Resolver a equação $\sec x = \sec \frac{2\pi}{3}$

Temos

$$\frac{1}{\cos x} = \frac{1}{\cos\frac{2\pi}{3}} \Rightarrow \cos x = \cos\frac{2\pi}{3}$$

Então

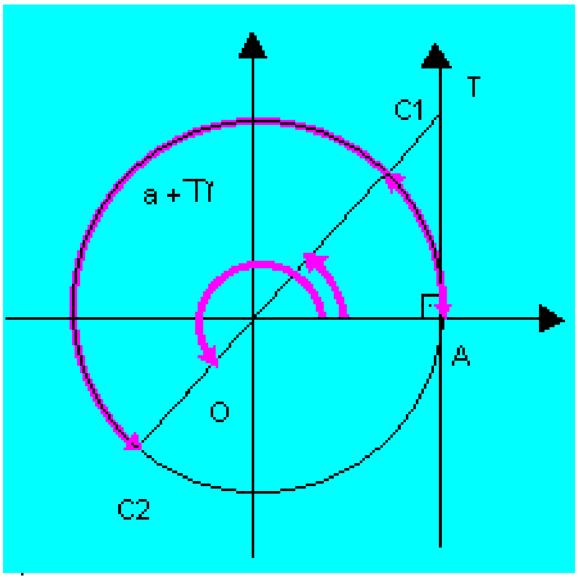
$$x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$$

Ou

$$x = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$$

Equação do Tipo $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} y$

Observando a figura abaixo vemos que se dois arcos têm a mesma tangente, então eles são côngruos ou se a diferença entre os dois, em radianos, é igual a π.



Então,

$$\boxed{\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} y \Rightarrow x = y + k\pi}$$

Exemplo

Resolver a equação $\operatorname{tg} 2x = \operatorname{tg} x$

Temos

$$2x = x + k\pi \Rightarrow x = k\pi$$

Resolução de uma equação num intervalo dado

Para resolver uma equação trigonométrica num determinado intervalo, procedemos da seguinte forma:

I) Resolvemos a equação trigonométrica obtendo sua solução geral;
II) Determinamos quais são os valores da equação geral que pertencem ao intervalo dado.

Exemplo

Resolver a equação $\cos 2x = \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ no intervalo $[0,2\pi]$.

Resolvendo genericamente a equação $\cos 2x = \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ temos:

$$2x = x - \frac{\pi}{6} + 2k\pi \Rightarrow x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$$

Ou

$$2x = -x + \frac{\pi}{6} + 2k\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3}$$

Então a solução geral é dada por $\{x \in \mathbb{R} \mid x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \ ou \ x = \frac{\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3}\}$

Para soluções do tipo $-\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ vamos procurar as soluções no intervalo $[0,2\pi]$:

Temos que $0 \leq -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \leq 2\pi \Rightarrow k \geq \frac{1}{12} \ e \ k \leq \frac{13}{12}$, logo $k = 1$.

Portanto, no intervalo $[0,2\pi]$ a única solução do tipo $-\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ é $-\frac{\pi}{6} + 2\pi =$

Para soluções do tipo $\frac{\pi}{18}+\frac{2k\pi}{3}$ vamos procurar as soluções no intervalo $[0,2\pi]$:

Temos que $0 \leq \frac{\pi}{18}+\frac{2k\pi}{3} \leq 2\pi \Rightarrow k \geq -\frac{1}{12}\ e\ k \leq \frac{35}{12}$, logo $k \in \{0,1,2\}$.

Portanto, no intervalo $[0,2\pi]$ as soluções do tipo $\frac{\pi}{18}+\frac{2k\pi}{3}$ são $\frac{\pi}{18}, \frac{13\pi}{18}, \frac{25\pi}{18}$

Logo as soluções no intervalo $[0,2\pi]$ estão no conjunto $S=\left\{\frac{11\pi}{6}, \frac{\pi}{18}, \frac{13\pi}{18}, \frac{25\pi}{18}\right\}$.

Inequações Trigonométricas

Uma inequação trigonométrica envolve uma desigualdade entre termos relacionados por meio de funções trigonométricas. As incógnitas deste tipo de inequação são arcos de circunferência, e , resolver a inequação significa encontrar o conjunto de arcos de circunferência que satisfaz a desigualdade. São exemplos de inequações trigonométricas:

$$\sin x > \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 2x \leq 1$$

$$\operatorname{tg} x \geq \sqrt{3}$$

A maioria das inequações trigonométricas reduzem-se a inequações do tipo

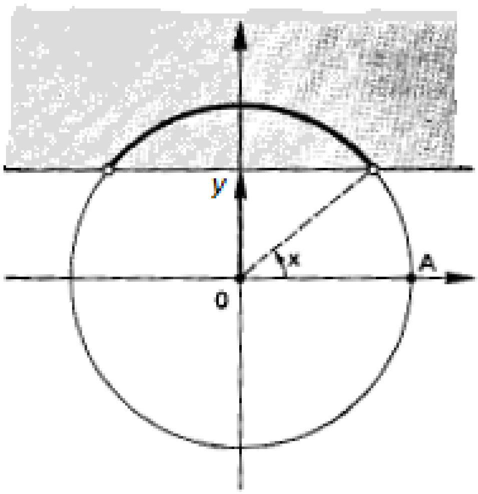
- $\operatorname{sen} x > y \quad ou \quad \operatorname{sen} x < y$
- $\cos x > y \quad ou \quad \cos x < y$
- $\operatorname{tg} x > y \quad ou \quad \operatorname{tg} x < y$

As inequações acima são denominadas equações fundamentais, pois saber resolvê-las é importante para resolver qualquer outra equação fundamental.

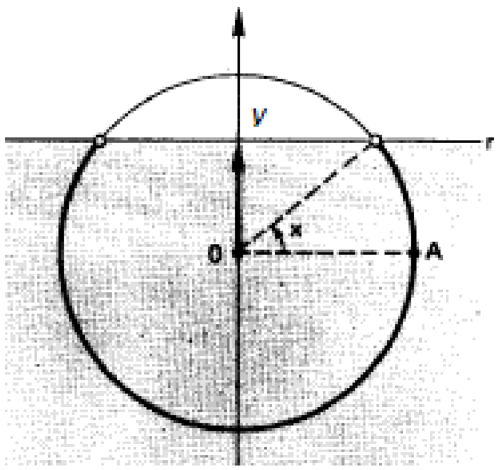
Inequações do tipo $\operatorname{sen} x > y$ ou $\operatorname{sen} x < y$

Para resolver as inequações trigonométricas é importantes termos em mente a circunferência trigonométrica. Se queremos $\operatorname{sen} x > y$, estamos interessados nos valores do eixo vertical (o eixo dos senos), que são maiores do que y. Se, traçarmos uma reta horizontal r que passa pelo ponto que assinala a altura y

no eixo dos senos, estaremos interessados nos arcos de circunferência com início na origem (ponto A na figura abaixo), e final nos pontos da circunferência trigonométrica que estão no semi-plano que fica acima da reta r, conforme ilustrado na figura abaixo.



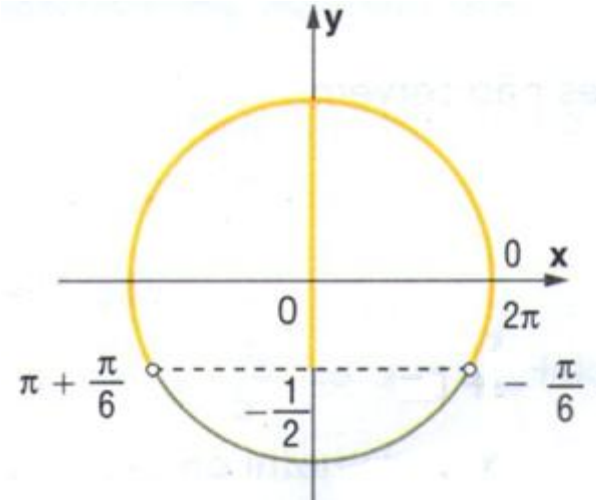
Se queremos $\operatorname{sen} x < y$, estamos interessados nos valores do eixo vertical (o eixo dos senos), que são menores do que y. Basta tomarmos os arcos de circunferência com início na origem (ponto A na figura abaixo), e final nos pontos da circunferência trigonométrica que estão no semi-plano que fica abaixo da reta r, conforme ilustrado na figura abaixo.



Exemplos

a) Resolver a inequação $\sin x > -\frac{1}{2}$

Temos, se tomarmos o intervalo $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$

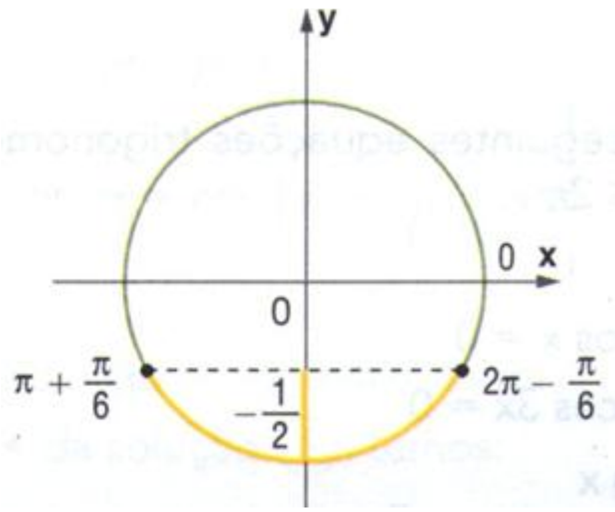


$$\sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{\pi}{6} < x < \frac{7\pi}{6}$$

A solução geral será dada por:

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{\pi}{6} + 2k\pi < x < \frac{7\pi}{6} + 2k\pi\}$$

b) Resolver a inequação $\sin x \leq -\frac{1}{2}$, em $[0,2\pi[$

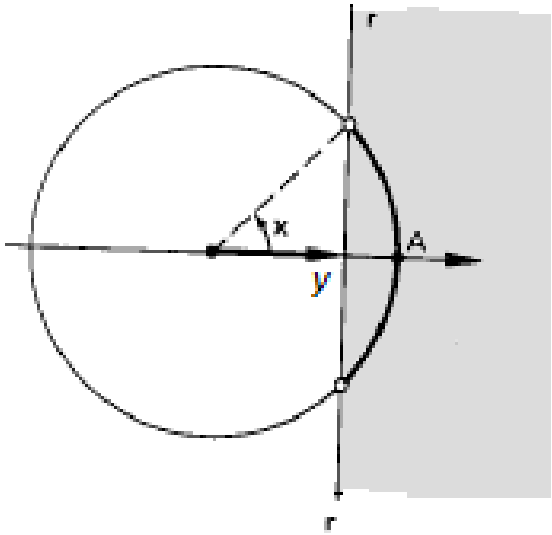


Analisando o circulo trigonométrico temos que, no intervalo $[0,2\pi[$, as soluções estarão no conjunto

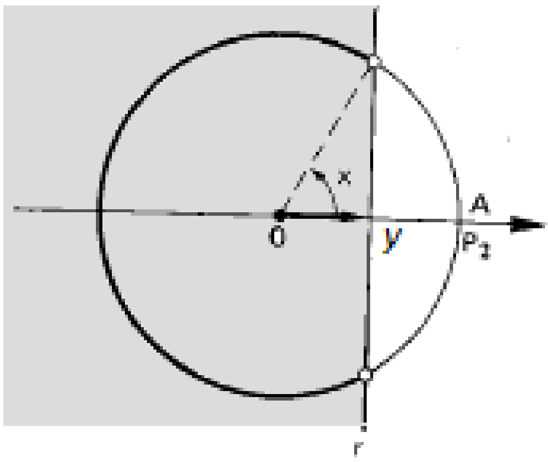
$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{7\pi}{6} \leq x \leq \frac{11\pi}{6}\}$$

Inequações do tipo $\cos x > y$ ou $\cos x < y$

Se queremos $\cos x > y$, estamos interessados nos valores do eixo horizontal (o eixo dos cossenos), que são maiores do que y. Se, traçarmos uma reta vertical r que passa pelo ponto que assinala o ponto y no eixo dos cossenos, estaremos interessados nos arcos de circunferência com início na origem (ponto A na figura abaixo), e final nos pontos da circunferência trigonométrica que estão no semi-plano que fica à direita da reta r, conforme ilustrado na figura abaixo.



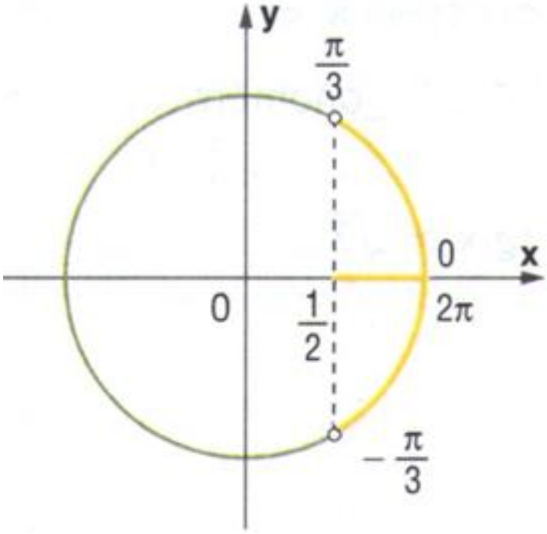
Se queremos $\cos x < y$, estamos interessados nos valores do eixo horizontal (o eixo dos cossenos), que são menores do que y. Basta tomarmos os arcos de circunferência com início na origem (ponto A na figura abaixo), e final nos pontos da circunferência trigonométrica que estão no semi-plano que fica à esquerda da reta r, conforme ilustrado na figura abaixo.



Exemplos

a) Resolver a inequação $\cos x > \frac{1}{2}$

Temos, se tomarmos o intervalo $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$

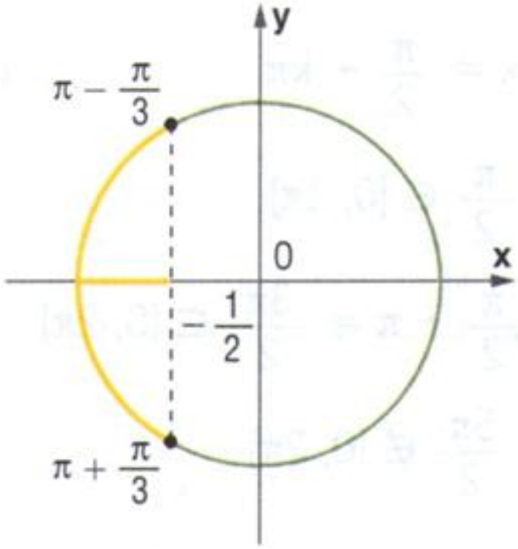


$$\cos x > \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{\pi}{6} < x < \frac{7\pi}{6}$$

A solução geral será dada por:

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{\pi}{3} + 2k\pi < x < \frac{7\pi}{6} + 2k\pi\}$$

b) Resolver a inequação $\cos x \leq -\frac{1}{2}$, em $[0,2\pi[$

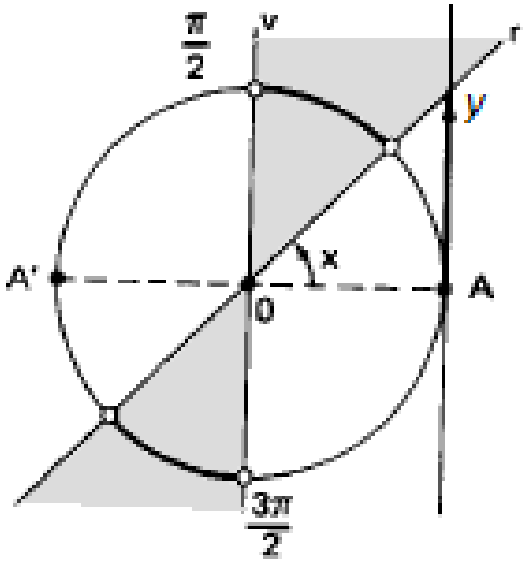


Analisando o circulo trigonométrico temos que, no intervalo $[0,2\pi[$, as soluções estarão no conjunto

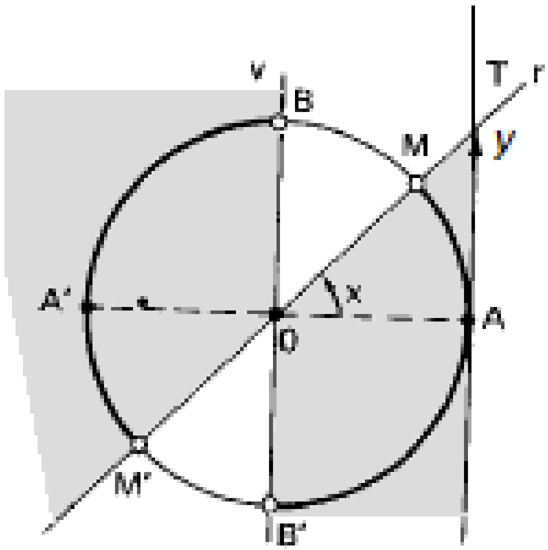
$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{2\pi}{3} \leq x \leq \frac{4\pi}{3}\}$$

Inequações do tipo tg $x > y$ ou tg $x < y$

Se queremos $\operatorname{tg} x > y$, estamos interessados nos valores do eixo das tangentes que ficam acima da ordenada y no eixo das tangentes. Se, traçarmos uma reta r que passa pela origem e pelo ponto que assinala a altura y no eixo das tangentes, estaremos interessados nos arcos de circunferência com início na origem (ponto A na figura abaixo), e final nos pontos da circunferência trigonométrica que estão internos a "região interna" delimitada pela reta r e o eixo vertical, conforme ilustrado na figura abaixo.



Se queremos $\operatorname{tg} x > y$, estamos interessados nos valores do eixo das tangentes que ficam abaixo da ordenada y no eixo das tangentes. Se, traçarmos uma reta r que passa pela origem e pelo ponto que assinala a altura y no eixo das tangentes, estaremos interessados nos arcos de circunferência com início na origem (ponto A na figura abaixo), e final nos pontos da circunferência trigonométrica que estão internos a "região externa" delimitada pela reta r e o eixo vertical, conforme ilustrado na figura abaixo.

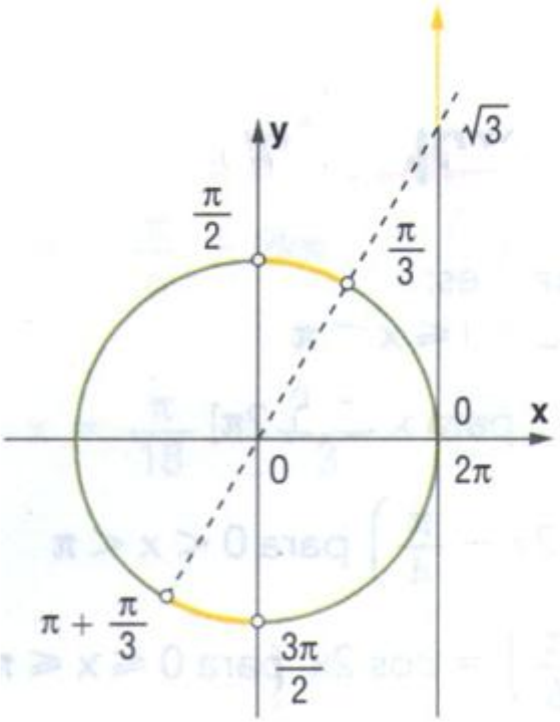


No caso das tangentes, temos que nos lembrar de excluir do conjunto das soluções os valores de medidas de arcos que não estão no domínio da função tangente, ou seja, arcos com medida do tipo $\frac{\pi}{6} + k\pi$.

Exemplo

a) Resolver a inequação $\operatorname{tg} x > \sqrt{3}$

Temos, se tomarmos o intervalo $[0,2\pi]$



$$\operatorname{tg} x = \sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{2} \\ \frac{4\pi}{3} < x < \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

A solução geral será dada por:

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{\pi}{3} + 2k\pi < x < \frac{\pi}{2} + 2k\pi \ ou \ \frac{4\pi}{3} + 2k\pi < x < \frac{3\pi}{2} + 2k\pi\}$$

Ou ainda, podemos expressar o mesmo conjunto solução como

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{\pi}{3} + k\pi < x < \frac{\pi}{2} + k\pi\}$$

Exercícios

1) Resolva as equações:

a. $\sin x = \sin\frac{\pi}{7}$ (Resposta:$\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{7} + 2k\pi \; ou \; x = \frac{6\pi}{7} + 2k\pi\}$)

b. $\sin x = 0$ (Resposta:$\{x \in \mathbb{R} \mid x = k\pi\}$)

c. $\text{cossec}\, x = \text{cossec}\frac{2\pi}{3}$

(Resposta:$\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \; ou \; x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi\}$)

d. $\sin x = \frac{1}{2}$ (Resposta:$\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \; ou \; x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi\}$)

e. $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ (Resposta:$\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi \; ou \; x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi\}$)

f. $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (Resposta:$\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \; ou \; x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi\}$)

g. $\sin x = 1$(Resposta:$\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi\}$)

h. $\sin x = -1$ (Resposta:$\{x \in \mathbb{R} \mid x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi\}$)

i. $\sin^2 x = \frac{1}{4}$

(Resposta:$\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \; ou \; x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \; ou \; x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \; ou \; x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi\}$)

j. $\sin^2 x - \sin x = 0$

(Resposta:$\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \;\; ou \; x = k\pi\}$)

k. $2.\sin^2 x - 3.\sin x + 1 = 0$

(Resposta:$\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \;\; ou \; x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \; ou \; x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi\}$)

l. $2.\cos^2 x = 1 - \sin x$

(Resposta:$\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \;\; ou \; x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \; ou \; x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi\}$)

m. $\sin 2x = \frac{1}{2}$

(Resposta:$\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{12} + 2k\pi \;\; ou \; x = \frac{5\pi}{12} + 2k\pi\}$)

n. $\sin 3x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

(Resposta:$\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{12} + \frac{2k\pi}{3} \;\; ou \; x = \frac{\pi}{4} + \frac{2k\pi}{3}\}$)

o. $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(Resposta:$\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{12} + \frac{2k\pi}{3} \;\; ou \; x = \frac{\pi}{4} + \frac{2k\pi}{3}\}$)

p. $\sin 2x = \sin x$

(Resposta:$\{x \in \mathbb{R} \mid x = 2k\pi \;\; ou \; x = \frac{\pi}{3} + \frac{2k\pi}{3}\}$)

2) Resolva as equações:

a. $\cos x = \cos\frac{\pi}{5}$ (Resposta: $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{5} + 2k\pi \;\; ou \; x = -\frac{\pi}{5} + 2k\pi\}$)

b. $\cos x = 0$ (Resposta: $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{2} + k\pi\}$)

c. $\cos x = 1$ (Resposta: $\{x \in \mathbb{R} \mid x = 2k\pi\}$)

d. $\cos x = -1$ (Resposta: $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \pi + 2k\pi\}$)
e. $\cos x = \frac{1}{2}$ (Resposta: $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi\}$)
f. $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (Resposta: $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \pm\frac{\pi}{4} + 2k\pi\}$)
g. $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ (Resposta: $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \pm\frac{5\pi}{6} + 2k\pi\}$)
h. $4.\cos^2 x = 3$
i. (Resposta: $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \pm\frac{5\pi}{6} + 2k\pi \ ou \ x = \pm\frac{\pi}{6} + 2k\pi\}$)
j. $\cos^2 x + \cos x = 0$
(Resposta: $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \ ou \ x = \pi + 2k\pi\}$)
k. $\sin^2 x = 1 + \cos x$
(Resposta: $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \ ou \ x = \pi + 2k\pi\}$)
l. $\cos 2x + 3.\cos x + 2 = 0$
(Resposta: $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2k\pi \ ou \ x = \pi + 2k\pi\}$)
m. $\cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
(Resposta: $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \pm\frac{\pi}{12} + k\pi\}$)
n. $\cos 2x = \cos x$
(Resposta: $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{2k\pi}{3} \ ou \ x = 2k\pi\}$)
o. $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$
(Resposta: $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \ ou \ x = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi\}$)
p. $\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$
(Resposta: $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi\}$)

3) Resolver as equações:
a. $\operatorname{tg} x = 1$
(Resposta: $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{4} + k\pi\}$)
b. $\operatorname{cotg} x = \sqrt{3}$
c. (Resposta: $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{6} + k\pi\}$)
d. $\operatorname{tg} 2x = \sqrt{3}$
(Resposta: $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}\}$)
e. $\operatorname{tg} 5x = \operatorname{tg} 3x$
(Resposta: $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{k\pi}{2}, com \ k \ par\}$)
f. $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0$
(Resposta: $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{3} + k\pi\}$)
g. $\sin^2 x = \cos^2 x$
(Resposta: $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{4} + k\pi \ ou \ x = \frac{3\pi}{4} + k\pi\}$)

h. $\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x = 2$
(Resposta: $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{4} + k\pi\}$)

i. $\sec^2 x - 1 = \operatorname{tg} x$
(Resposta: $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{4} + k\pi \ ou \ x = k\pi\}$)

4) Resolva as equações

a. $\sin x = \cos\frac{2\pi}{5}$
(Resposta: $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{10} + 2k\pi \ ou \ x = \frac{9\pi}{10} + 2k\pi\}$)

b. $\sin 2x = \cos\frac{\pi}{5}$
(Resposta: $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{3\pi}{20} + k\pi \ ou \ x = \frac{7\pi}{20} + k\pi\}$)

c. $\sin x = \cos x$
(Resposta: $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{4} + k\pi\}$)

5) Resolva as equações abaixo no intervalo $[0,2\pi]$

a. $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg}\frac{7\pi}{5}$
(Resposta: $\left\{\frac{2\pi}{5}, \frac{7\pi}{5}\right\}$)

b. $\cos x \,.\operatorname{tg} x - \cos x = 0$
(Resposta: $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right\}$)

c. $2.\sin x = 1$
(Resposta: $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$)

d. $\cos 2x = \frac{1}{2}$
(Resposta: $\left\{0, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}$)

6) Quais são os arcos no intervalo fechado $[0,2\pi]$ tais que o seno do seu dobro é $\frac{\sqrt{3}}{2}$?
Resposta: $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{7\pi}{6}, \frac{4\pi}{3}$

7) Quais são os arcos no intervalo fechado $[0,2\pi]$ tais que o seno do seu dobro?
Resposta: $0, \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}, 2\pi$

8) Resolva as equações abaixo no intervalo $[0,\pi]$

a. $\operatorname{sen} 3x = \operatorname{sen} 2x$
Resposta: $\left\{0, \frac{\pi}{5}, \frac{3\pi}{5}, \pi\right\}$

b. $\operatorname{tg} 6x = \operatorname{tg} 2x$
Resposta: $\left\{0, \frac{\pi}{2}, \pi\right\}$

9) Resolva as inequações abaixo

a. $\sin x > \frac{\sqrt{2}}{2}$
Solução: $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{\pi}{4} + 2k\pi < x < \frac{5\pi}{4} + 2k\pi\}$

b. $\sin x < \frac{1}{2}$
Solução: $S = \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{5\pi}{6} + 2k\pi < x < \frac{13\pi}{6} + 2k\pi\}$

c. $0 \leq \sin x < \frac{\sqrt{3}}{2}$
Solução: $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 2k\pi < x < \frac{\pi}{3} + 2k\pi \ ou \ \frac{2\pi}{3} + 2k\pi < x < \pi + 2k\pi\}$

d. $2.\sin^2 x < \sin x$
Solução: $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 2k\pi < x < \frac{\pi}{6} + 2k\pi \ ou \ \frac{5\pi}{6} + 2k\pi < x < \pi + 2k\pi\}$

e. $\cos x < -\frac{1}{2}$
Solução: $S = \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{2\pi}{3} + 2k\pi < x < \frac{4\pi}{3} + 2k\pi\}$

f. $4.\cos^2 x < 3$
Solução: $S = \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{\pi}{6} + 2k\pi < x < \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \ ou \ \frac{7\pi}{6} + 2k\pi < x < \frac{11\pi}{6} + 2k\pi\}$

g. $\operatorname{tg} x < \sqrt{3}$
Solução: $S = \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{\pi}{2} + k\pi < x < \frac{4\pi}{3} + 2k\pi\}$

h. $\operatorname{tg} 3x > 1$
Solução: $S = \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} < x < \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}\}$

i. $|\operatorname{tg} x| \leq 1$
Solução: $S = \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{3\pi}{4} + k\pi < x < \frac{5\pi}{4} + k\pi\}$

10) Resolva as inequações abaixo em forneça as soluções no intervalo $[0,2\pi]$

a. $\sin 2x > 0$
Solução: $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < \frac{\pi}{2} \ ou \ \pi < x < \frac{3\pi}{2}\}$

b. $-\frac{3}{2} \leq \cos x \leq -\frac{1}{2}$

Solução: $S = \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}\}$

c. $\cos 3x \leq \frac{1}{2}$

Solução: $S = \{\frac{5\pi}{9}, \frac{11\pi}{9}, \frac{17\pi}{9}\}$

d. $|\cos x| > \frac{1}{2}$

Solução: $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x < \frac{\pi}{3}\ ou \frac{2\pi}{3} < x < \frac{4\pi}{3}\ ou\ \frac{5\pi}{3} < x < 2\pi\}$

e. $\operatorname{tg}^2 x \leq \operatorname{tg} x$

Solução: $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}\ ou\ \pi \leq x \leq \frac{5\pi}{4}\}$

f. $1 \leq \tan 2x < \sqrt{3}$

Solução: $S = \{\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}, \frac{7\pi}{6}, \frac{5\pi}{3}\}$

11) Resolva a inequação $\cos 2x > 0$, no intervalo $[0, \pi]$.

Resposta: $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < \frac{\pi}{4}\ ou\ \frac{3\pi}{4} < x < \pi\}$

12) Resolva a inequação $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) \geq \frac{1}{2}$

Resposta: $S = \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{5\pi}{24} + k\pi < x < \frac{13\pi}{24} + k\pi\}$

13) Determine o domínio da função $f(x) = \sqrt{\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)}$.

Resposta: $D(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{\pi}{3} + 2k\pi < x < \frac{4\pi}{3} + 2k\pi\}$

Referências

Dante, L. Roberto. Matemática: Contexto e aplicações. Volume 1. Ed. 3. Impressão 1. Editora Ática. São Paulo.2003.

Iezzi, Gelson (e outros). Fundamentos de Matemática Elementar. Volume 3. Ed Atual. São Paulo. 1977.